Exercices thermodynamique premier et deuxième principe

Exercice 0 énergie interne - travail – chaleur ; Changement d'état

q. 1. Un m^3 d'air (assimilé à un gaz parfait) sous une pression $P_1 = 10$ bar subit une détente à température constante ; la pression finale est de $P_2 = 1$ bar. Déterminer le travail et le transfert thermique échangés par le gaz avec le milieu extérieur au cours de cette détente.

q. 2. Un récipient fermé par un piston mobile renferme 2 g d'hélium (gaz parfait monoatomique) dans les conditions (P_1 , V_1). On opère une compression adiabatique de façon réversible qui amène le gaz dans les conditions (P_2 , V_2).
Sachant que P_1=1 bar ; V_1 = 10L ; p_2 = 3 bar. Déterminer :
a) - le volume final V_2
b) - le travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur
c) - la variation d'énergie interne du gaz
d) - déduire la variation de température du gaz sans calculer sa température initiale.
On donne : $\gamma = Cp/Cv = 5/3$; $R = 8{,}32\ J.K^{-1}\ .\ mol^{-1}$.

q. 3. Calculer la variation d'énergie interne de chacun des systèmes suivants :
a) - un système absorbe Q = 2kJ tandis qu'il fournit à l'extérieur un travail W = 500 J.
b) - un gaz maintenu à volume constant cède Q = 5kJ.
c) - la compression adiabatique d'un gaz s'accomplit par un travail W = 80 J

Exercice 1 détente irréversible d'un gaz dans l'atmosphère (énergie interne, enthalpie, entropie)

On considère un gaz parfait diatomique qui occupe un récipient calorifugé de volume V_0 sous la pression p_0 à la température T_0. p_0 est la pression à l'extérieure du récipient. On ouvre le robinet et le gaz se détend irréversiblement dans l'atmosphère. $\gamma = 1{,}4 = 7/5$

1. Exprimer la température T_1 du gaz résiduel en fonction de T_0.
2. Exprimer la variation de l'énergie interne en fonction de p_0, V_0, T_0 et γ.
3. Même question pour l'enthalpie et l'entropie

Exercice 2 cycle décrit par un gaz parfait : rendement

Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes :
état (1) à état (2) compression adiabatique ; état (2) à état (3) dilatation à pression constante ; état (3) à état (4) détente adiabatique ; état (4) à état (1) refroidissement à volume constant. Chaque état est défini par la pression P_i, la température T_i et le volume V_i (i variant de 1 à 4).
On appelle γ le rapport des chaleurs molaires C_p/C_v. On définit $a = V_1/V_2$ et $b = V_4/V_3$.
1. Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
- Donner les expressions de la pression, du volume et de la température pour les états (2), (3) et (4), en fonction de P_1,V_1,T_1, a et b.
- Calculer numériquement ces valeurs.
2. Calculer les travaux et chaleurs échangés pour toutes les transformations subies. Préciser notamment le sens des échanges.
3. Proposer une expression pour le rendement η d'un moteur fonctionnant suivant ce cycle, en fonction des travaux et chaleurs échangés.
- Donner l'expression du rendement η en fonction de γ, a et b.
- Calculer η et vérifier le valeur trouvée.
Données : $\gamma = 1{,}4$; $P_1 = 1{,}0.10^5$ Pa ; a = 9 ; T_1 = 300 K ; b = 3 ; C_v = 20,8 J/K/mol

Exercice 5 Evolution polytropique de l'unité de masse d'un gaz parfait. (noncorrigé)

Une évolution polytropique est définie par la relation : T ds = c dT(s étant l'entropie massique, T la température thermodynamique absolue) où c est la capacité thermique vraie de cette évolution, on supposera c constante.
P1) Démontrer qu'au cours d'une telle évolution on a: $P.v^k$ = constante. Exprimer k en fonction des capacités thermiques c_v , c_p et c.
P2) Préciser les valeurs à donner à l'exposant k, et celle de c correspondantes pour que l'évolution polytropique représente une isotherme, une isobare, une isochore ou une isentropique.

P3) Donner l'allure d'une évolution polytropique en diagramme (T, s): on supposera c > 0. Préciser la nature de cette courbe. Si l'on considère une évolution polytropique réversible où la température évolue de T_1 à $T_2 > T_1$, représenter graphiquement, en diagramme (T , s), la quantité de chaleur massique, notée $q_{1\text{-}2}$, échangée lors de cette évolution.
Données numériques: c_v = 1,5 R , c_p = 2,5 R et R = 8.314 $J.K^{-1}$. mol^{-1} .

Exercice 6 entropie échangée- entropie créée

Calorimétrie : Un vase calorifugé contient m_1=200g de liquide de capacité thermique massique c_1=2850 J kg^{-1} K^{-1} à la température t_1 =20°C. On y plonge rapidement un bloc de cuivre de masse m_2=250g (c_2=390 J kg^{-1} K^{-1}) pris initialement à la température t_2 = 80°C. La capacité thermique du récipient est C_3=150 JK^{-1} est soigneusement refermé.
1. Déterminer la température d'équilibre.
2. Calculer la variation globale d'entropie au cours de cette opération.
3. On retire le couvercle et on laisse l'ensemble se refroidir lentement jusqu'à la température ambiante 20°C. Quelle est la variation d'entropie de l'ensemble {vase + liquide + cuivre}. Quelle est la variation d'entropie de l'ensemble {vase + liquide + cuivre + milieu extérieur}. Conclure

---

EXERCICE 7 Compression et détente d'un gaz parfait avec travail extérieur

On considère un cylindre d'axe vertical, de section intérieure S = 100 cm^2. Dans ce cylindre peut coulisser un piston de masse M = 51kg. La pression atmosphérique extérieure est $P^0 = 10^5$ Pa. Dans tout le problème, on néglige les pertes d'énergie par frottements. Tous les corps à l'état gazeux pourront être modélisés comme des gaz parfaits.
Dans un état initial A un opérateur maintient le piston de telle sorte qu'il limite dans le cylindre un espace libre de hauteur h_0 =1 m, rempli de gaz parfait monoatomique à la température t_0 = 0 et à la pression $P^0 = 10^5$ Pa. On prendra : g = 9,81$m.s^{-2}$.
On revient à l'état initial A, le cylindre ne contenant plus que le gaz parfait monoatomique. Sans se préoccuper, maintenant, du mode opératoire, on réalise le cycle de transformations réversibles suivant :
compression adiabatique permettant d'atteindre une pression de $1{,}5.10^5$ Pa ; puis refroidissement à pression constante jusque t_0 = 0: enfin, détente isotherme permettant de retrouver l'état A.
1. Représenter, aussi exactement que possible, le cycle dans un plan de coordonnées (P, V).
2. Calculer le travail total échangé entre le gaz et le milieu extérieur au cours d'un cycle. Ce cycle pouvant être réalisé avec la seule source de chaleur à la température t_0, montrer que le signe de ce travail satisfait au second principe de la thermodynamique quant à l'existence de machines monothermes.
3. On envisage le cycle décrit dans le sens inverse du sens précédent. Calculer le rendement thermique de la machine fonctionnant réversiblement selon ce cycle. Si l'on voulait réaliser ce cycle à l'aide de deux sources de chaleur; quelles seraient nécessairement les températures de ces deux sources ?
Quel serait le rendement de Carnot correspondant ?

CORRIGE Exercices thermodynamique premier et deuxième principe

---

corrigé 0 énergie interne - travail - chaleur

isotherme : à n et T constante $p_1V_1 = p_2V_2$ d'où $V_2 = V_1\, p_1 / p_2$ = 10 m^3.
travail élémentaire des forces de pression – pdV = - nRT / V dV = - nRT d (lnV) ; intégrer entre V_1 et V_2.

$$W_1 = -\int_1^2 PdV = -nRT\int_1^2 \frac{dV}{V} = -nRT\int_1^2 d\left(\ln V\right) = -nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$ avec nRT = $p_1V_1 = p_2V_2$ et $p_1 = 10^6$ Pa ; v_1 = 1 m^3 ;

V_2 / V_1 = 10 ; W = - 10^6 ln 10 = - 2,3 10^6 J. L'énergie interne d'un gaz parfait de dépend que de la température ; si T = cte alors ΔU = 0 or ΔU = W + Q donc Q = - W = 2,3 10^6 J
adiabatique : $p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}$ s'écrit $(V_2 / V_1)^{\gamma} = p_1 /p_2$ = 0,333 avec γ = 5/3 ; $V_2/V_1 = 0{,}3333^{(3/5)}$ = 0,517
V_2 = 5,17 L. travail élémentaire des forces de pression - pdV avec p = Cte / V^{γ} . intégrer entre V_1 et V_2.

$$W = -Cte\int_1^2 \frac{dV}{V^{\gamma}} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$$

pression en pascal, volume en m^3. W = (3 10^5 * 5,17 10^{-3} - 10^5*10^{-2}) / (1,666-1) = 2125 J.
adiabatique donc Q = 0 ; ΔU = W + Q = W ; ΔU = nR Δ T
avec n = 2 / masse molaire hélium = 2/4 = 0,5 : Δ T = 2125/(0,5*8,32) = 511 K.
variation interne d'énergie : Δ U = W + Q ; absorbe 2000 J donc Q = + 2000J ; fournit un travail donc W = - 500J ;
Δ U= +1500 J.

volume constant donc pas de travail des forces de pression W = 0 ; cède donc Q = -5000 J ; Δ U = -5000 J.
adiabatique donc Q = 0 et W = 80 J ; Δ U = + 80 J.

---

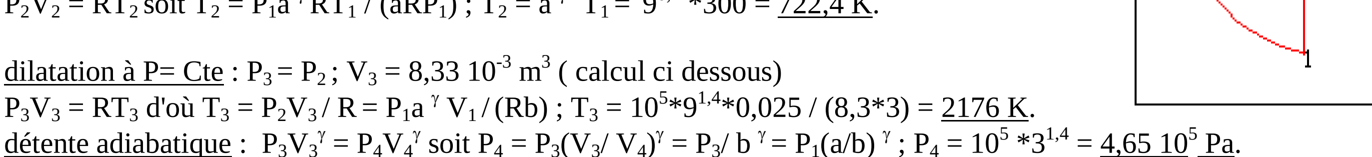
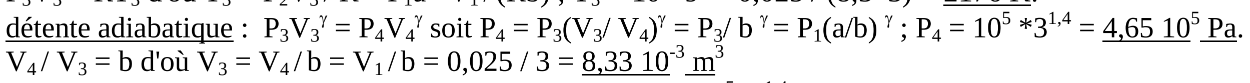
corrigé 1 détente irréversible d'un gaz dans l'atmosphère

Travail reçu par le gaz : travail élémentaire reçu par le gaz lors d'une transformation élémentaire quelconque
$\delta W = - p_0 dV$ d'où $W = - p_0 (V_1 - V_0)$, V_1 étant le volume du gaz détendu dans l'atmosphère sous la pression p_0.
équation des gaz parfait : initial : $3p_0V_0 = nRT_0$.(1) ; final : $p_0V_1 = nRT_1$.(2) ; *(2) divisé par (1)* donne $V_1 = 3V_0 T_1 / T_0$.
repport dans l'expression du travail : $W = - p_0V_0 (3T_1 / T_0 - 1)$
exprimer de 2 manières différentes l'énergie interne : $\Delta U = W + Q$ avec Q = 0, système calorifugé.
$\Delta U = - p_0V_0(3T_1 / T_0 - 1)$ (3) $\Delta U = nCvm (T_1 - T_0)$ $n = 3p_0V_0 / (RT_0)$ et $Cvm = R / (\gamma - 1) = 2,5 R$
$\Delta U = 3p_0V_0 / [T_0(\gamma - 1)] (T_1 - T_0) = 3p_0V_0 / (\gamma - 1) (T_1/T_0 - 1)$ (4)
écrire (3) = (4) d'où : $- 3T_1 / T_0 + 1 = 3 / (\gamma - 1) (T_1/T_0 - 1)$
$T_1 = T_0 (\gamma + 2) / (3\gamma) = 17 / 21\ T_0$. la température finale du gaz diminue.
énergie interne, enthalpie:
$3T_1 / T_0 = 17 / 7$; $3T_1 / T_0 - 1 = 10 / 7$; $\Delta U = - 10p_0V_0 / 7$; $\Delta H = \gamma\, \Delta U = - 2p_0V_0$.
entropie : $dU = TdS - pdV = nCvmdT$; $dS = nCvm / T\, dT + p/T\, dV = nCvm /T\, dT + nR/V\, dV$
pour la transformation globale: $\Delta S = nCvm \ln(T_1/T_0) + nR \ln(V_1/V_0)$, $n = 3p_0V_0 / (RT_0)$; $V_1/V_0 = 3 T_1 / T_0 = 17 / 7$;
$Cvm = 2,5 R$. $\Delta S = 3p_0V_0 /T_0 [2,5 \ln (17 / 21) + \ln (17 / 7)]$

---

corrigé 2 cycle décrit par un gaz parfait : rendement

compression adiabatique :
$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ soit $P_2 = P_1(V_1/ V_2)^{\gamma} = P_1a^{\gamma}$.$P_2 = 10^5 *9^{1,4} = \underline{2,167\ 10^6\ Pa}$.
$V_1/ V_2 = a$ d'où $V_2 = V_1/ a$. avec $P_1V_1 = RT_1$soit $V_1 = 8,31 *300 / 10^5 = 0,025\ m^3$. et $V_2 = RT_1 / (aP_1) = 0,025 /9 = \underline{2,77\ 10^{-3}\ m^3}$.
$P_2V_2 = RT_2$ soit $T_2 = P_1a^{\gamma}RT_1 / (aRP_1)$; $T_2 = a^{\gamma-1}T_1 = 9^{0,4} *300 = \underline{722,4\ K}$.

dilatation à P= Cte : $P_3 = P_2$; $V_3 = 8,33\ 10^{-3}\ m^3$ (calcul ci dessous)
$P_3V_3 = RT_3$ d'où $T_3 = P_2V_3 / R = P_1a^{\gamma} V_1 / (Rb)$; $T_3 = 10^5*9^{1,4}*0,025 / (8,3*3) = \underline{2176\ K}$.
détente adiabatique : $P_3V_3^{\gamma} = P_4V_4^{\gamma}$ soit $P_4 = P_3(V_3/ V_4)^{\gamma} = P_3/ b^{\gamma} = P_1(a/b)^{\gamma}$; $P_4 = 10^5 *3^{1,4} = \underline{4,65\ 10^5\ Pa}$.
$V_4 / V_3 = b$ d'où $V_3 = V_4 / b = V_1 / b = 0,025 / 3 = \underline{8,33\ 10^{-3}\ m^3}$
avec $P_4V_4 = RT_4$ soit $T_4 = P_4V_1 / R = P_1(a/b)^{\gamma} V_1 / R$. $T_4 = 10^5*3^{1,4} *0,025 /8,31 = \underline{1402\ K}$.
travail et chaleur échangés (1) --> (2) : adiabatique, donc pas d'échange de chaleur avec l'extérieur
travail : $W_{12} = (P_2V_2 - P_1V_1) / (\gamma - 1)$; $W_{12} = (21,67\ 10^5*2,77\ 10^{-3} - 10^5*0,025) / 0,4 = \underline{8\ 756\ J}$. (reçu)
travail et chaleur échangés (2) --> (3) : pression constante donc $W_{23} = - P_2 (V_3 - V_2)$
$W_{23} = - 21,67\ 10^5 (8,33 - 2,77)10^{-3} = \underline{- 12\ 048\ J}$ (cédé à l'extérieur)
variation d'énergie interne du gaz $C_v (T_3 - T_2)$; $\Delta U = 20,8 (2176 -722,4) = \underline{30\ 235\ J}$
$Q_{23} = \Delta U - W_{23} = 30\ 235 - (-12\ 048) = \underline{42283\ J}$ (reçu)
Travail et chaleur échangés (3) --> (4) : adiabatique, donc pas d'échange de chaleur avec l'extérieur
travail : $W_{34} = (P_4V_4 - P_3V_3) / (\gamma - 1)$
$W_{34} = (4,65\ 10^5*25\ 10^{-3} - 21,67\ 10^5*8,33\ 10^{-3}) / 0,4 = \underline{-16\ 065\ J}$. (perdu)
travail et chaleur échangés (4) --> (1) : volume constant donc $W_{41} = 0$
la chaleur échangée est égale à la variation d'énergie interne du gaz : $Q_{41} = C_v(T_1 - T_4)$
$Q_{41} = 20,8 (300 - 1402) = \underline{- 22\ 922\ J}$. (cédé à l'extérieur)
rendement : il représente le taux de conversion en travail de l'énergie thermique reçue.
énergie thermique reçue = 42 283 J ; travail fourni - travail reçu : -16065 -12048 + 8756 = - 19357 J
rendement = - (- 19357) / 42 283 = 0,46. autre méthode : $1 + Q_2 / Q_1$ avec
Q_1 chaleur reçue et Q_2 chaleur cédée. 1 + (-22 921) / 42 283 = 1 - 0,54 = 0,46.

---

corrigé 6 entropie échangée- entropie créée

Le transfert thermique s'effectue sous pression constante: rechercher la variation d'enthalpie ΔH
le vase est calorifugé : $\Delta H = 0$; il n'y a pas de changement d'état physique : $\Sigma\, m_i\, c_i\, \Delta T_i = 0$
on effectue des différences de température, on peut conserver les degrés Celcius.
liquide : $m_1 c_1 (Te - T_1) = 0,2 *2850 (Te - 20) = 570 Te - 11400$.
cuivre : $m_2 c_2 (Te - T_2) = 0,25 *390 (Te - 80) = 97,5 Te - 7800$.

vase : C_3 (Te - T_1) = 150 (Te - 20) = 150 Te - 3000.
faire la somme , résoudre l'équation à une inconnue Te
570 Te - 11400 + 97,5 Te - 7800 +150 Te - 3000 =0, 817,5 Te = 22 200 , Te = 27,16°C.
variation d'entropie lors du refroidissement du cuivre (phases condensées incompressibles)
$\Delta S = \Sigma m_i c_i \ln [Te / Ti]$
on fait des rapports de températures, mettre les températures en kelvin
liquide : $m_1 c_1 \ln(Te / T_1)$ = 0,2*2850 ln(300,16 /293) = 13,76 J K^{-1}.
cuivre : $m_2 c_2 \ln(Te / T_2)$ = 0,25*390 ln(300,16 /353) = - 15,8 J K^{-1}.
vase : $C_3 \ln(Te / T_1)$ = 150 ln(300,16 /293) = 3,62 J K^{-1}.
total : 1,58 J K^{-1}. valeur positive donc entropie créée lors d'une transformation irréversible.
même méthode de calcul de la variation d'entropie du système { vase + cuivre + liquide}
entropie échangée entre le système et l'extérieur
$(m_1 c_1 + m_2 c_2 + C_3) \ln [T_1 / Te]$ = 817,5 ln(293 / 300,16) = -19,73 J K^{-1}.
variation d'entropie lors du transfert thermique du système vers l'extérieur
$\Delta S = -\Delta Q_P / T_1 = \Sigma m_i c_i \Delta T_i / T_1$ = - 817,5 (293 - 300,16) / 293 = 19,977 J K^{-1}.
variation d'entropie de l'univers : 19,977 - 19,73 = 0,24 J K^{-1}.
Une valeur positive donc entropie créée lors d'une transformation irréversible.

SOLUTION 7 Compression et détente d'un gaz parfait avec travail extérieur

1. Première partie Voir chapitre Premier principe 2. Deuxième partie Voir chapitre Premier principe
3. Troisième partie Voir chapitre Changement d'état

4. Quatrième partie

4.1. état A ($P^0 = 10^5$ Pa , V_0 = 10 L, T_0 = 273 K); état B ($P_1 = 1,5.10^5$ Pa, V_1 = 7,84 L, T_1 = 321 K); état C ($P_1 = 1,5.10^5$ Pa, V'_1 = 6,67L, T = 273K)
Transformation AB : adiabatique réversible; CA : isotherme réversible.

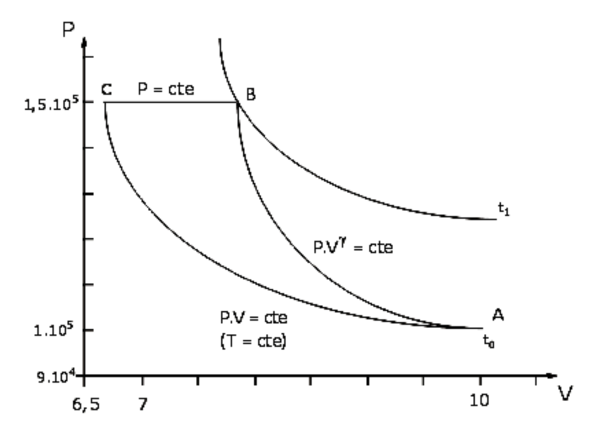


figure 1

4.2. $W = W_1 + W_2 + W_3$ avec $W_1 = -\int_A^B PdV$; $W_1 = -\int_B^C PdV$;

$W_1 = -\int_C^A PdV$. $W_2 = P_1(V_B - V_C) = 175,5J$.

$W_1 = -P_0 V_0^\gamma \int_A^B \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{P_1V_1 - P_0V_0}{\gamma - 1} = 264J$;

$W_3 = P_0V_0 \int_A^C \frac{dV}{V} = P_0V_0 \ln\frac{V_C}{V_A} = -405J$ soit W = 34,5J.

Cela vérifie le second principe : au cours d'un cycle monotherme le système reçoit nécessairement du travail (W > 0) car il est impossible de fabriquer un moteur cyclique avec une seule source de chaleur.
4.3. Le cycle est maintenant décrit en sens inverse.
AC : compression isotherme réversible; le système reçoit du travail et fournit de la chaleur.
CB : chauffage isobare; le système reçoit de la chaleur.
BA : détente adiabatique réversible; le système fournit du travail.
Une machine thermique fonctionnant réversiblement suivant ce cycle pourrait théoriquement fournir 34,5 J en travail.
La chaleur fournie l'est au cours de la transformation CB et vaut $Q = mC_P(T_B - T_C)$ soit

$Q = \frac{10^5.10^{-2}}{8,32.273}\frac{5}{2}.8,32.(321-273) = 441,7J$. Le rendement est : $\eta = \frac{W}{Q} = 7,8\%$.

Si le système fonctionnait avec deux sources, celles-ci auraient nécessairement pour températures T_0 = 273 K et T_1 = 321K. Le rendement de Carnot serait $\eta' = 1 - \frac{273}{321} = 15\%$
